УДК 536.423+544.332

О ВЗАИМОСВЯЗИ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

И.И. Марков, Е.И. Хрынина

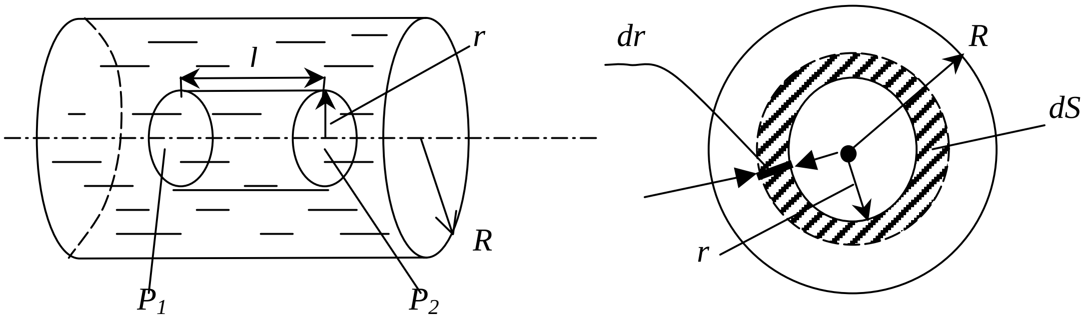
Ставропольская государственная медицинская академия

Проводится теоретический анализ, в результате которого устанавливается взаимосвязь между коэффициентом поверхностного натяжения жидкости и ее коэффициентом вязкости.

The theoretical analysis as a result of which the correlation between coefficient of the surface tension of a fluid and its coefficient of viscosity is erected will be carried out.

Хорошо известно, что свойства любой жидкости характеризуются такими величинами, как поверхностное натяжение и вязкость, и эти характеристики жидкости достаточно широко используются в области теплофизики, молекулярной физики, биофизики и т.д. [1 – 4]. С увеличением температуры уменьшается величина коэффициента поверхностного натяжения и коэффициента вязкости, т.е. с изменением температуры имеет место идентичное изменение этих параметров жидкости, следовательно, должна быть и определенная взаимосвязь между этими параметрами. Нами проведены некоторые исследования по изучению этого вопроса, и некоторые аспекты описываются в данной работе.

Проведем рассуждения, которые обычно проводятся при получении формулы Пуазейля. Для этого выделим цилиндрический объем жидкости некоторого радиуса r и длиной l (рис. 1а).



а) б)

Рисунок 1 – а) цилиндрический объем жидкости; б) сечение цилиндра

На торцах этого цилиндра поддерживается давление p_1 и p_2, что обусловливает результирующую силу, которую можно представить следующим образом:

$$F = p_1\pi r^2 - p_2\pi r^2 = \pi r^2(p_1 - p_2). \quad (1)$$

На боковую поверхность цилиндра (рис.1) со стороны окружающего слоя жидкости действует сила внутреннего трения – сила Ньютона:

$$F = \eta\frac{dV}{dr}S = \eta\frac{dV}{dr}\cdot 2\pi rl, \quad (2)$$

где $S = 2\pi rl$ – площадь боковой поверхности выделенного цилиндра в жидкости.

При равномерно движении жидкости сила, действующая на выделенный цилиндр, должна уравновешиваться силой Ньютона, т.е. должно иметь место равенство:

$$\pi r^2(p_1 - p_2) = -\eta\frac{dV}{dr}\cdot 2\pi r\cdot l. \quad (3)$$

Знак минус в уравнении (3) показывает, что $\frac{dV}{dr} < 0$, т.е. скорость уменьшается с увеличением r. С точки зрения силовой характеристики коэффициент поверхностного натяжения σ можно представить выражением:

$$\sigma = \frac{F}{l}, \quad (4)$$

где $l = 2\pi r$ – длина основания контура выделенного цилиндра.

Разделив левую и правую часть уравнения (3) на $2\pi r$, получим:

$$\frac{\pi r^2(p_1 - p_2)}{2\pi r} = -\eta \frac{dV}{dr} \cdot l \,. \quad (5)$$

Из уравнения (5) видно, что

$$\frac{\pi r^2(p_1 - p_2)}{2\pi r} = \sigma \,. \quad (6)$$

Следовательно, уравнение (5) можно записать следующим образом:

$$\sigma dr = -\eta \;\; l \;\; dV \,. \quad (7)$$

Поскольку при фиксированном значении температуры σ и η величины постоянные, дифференциальное уравнение (7) запишется в виде:

$$\sigma \int_0^R dr = -\eta l \int_{V_{max}}^0 dV \,. \quad (8)$$

В результате интегрирования уравнения (8), получим:

$$\sigma К = \eta l V_{\max} \,, \quad (9)$$

отсюда

$$\sigma = \frac{\eta l V_{\max}}{R} \,. \quad (10)$$

Уравнение (10) показывает связь коэффициента поверхностного натяжения σ с коэффициентом вязкости жидкости η.

Величина максимальной скорости жидкости $V_{\max}$ в цилиндрическом сосуде (трубе, капилляре, рис. 2), определяется выражением:

$$V_{\max} = \frac{(p_1 - p_2)R^2}{4l\eta} \,. \quad (11)$$

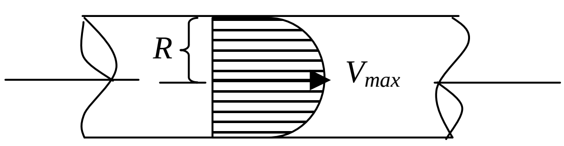


Рисунок 2 – Характер распределения скорости жидкости в трубе (капилляре)

С использованием выражения (11) уравнение (10) принимает вид:

$$\sigma = \frac{(p_1 - p_2)R}{4}. \quad (12)$$

Уравнение (12) может использоваться для определения величины σ в капиллярном методе. С другой стороны анализ показывает, что объем жидкости, протекающей через горизонтальную трубу (капилляр) за 1 с, выводится из следующих соображений [1,2,4]. Выделив цилиндрический слой радиусом r и толщиной dr (рис. 1б), площадь сечения этого слоя определяется выражением:

$$dS = 2\pi r dr. \quad (13)$$

Так как слой тонкий, то можно считать, что он перемещается с одинаковой скоростью V. За 1 с слой переносит объем жидкости

$$dQ = V \cdot dS = V \cdot 2\pi r dr. \quad (14)$$

Дальнейший анализ уравнения (14) приводит к известной формуле Пуазейля:

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \cdot \frac{p_1 - p_2}{l}. \quad (15)$$

Представляем уравнение (15) в виде:

$$Q = \frac{R^2}{8\eta} \cdot \frac{\pi R^2 (p_1 - p_2)}{l}. \quad (16)$$

Разделим правую и левую часть уравнения (16) на величину $2\pi R$, получим:

$$\frac{Q}{2\pi R} = \frac{R^2}{8\eta l} \cdot \frac{\pi R^2 (p_1 - p_2)}{2\pi R}. \quad (17)$$

В уравнении (17) можно выделить комплекс параметров, представляющих величину коэффициента поверхностного натяжения σ, т.е.

$$\sigma = \frac{\pi R^2 (p_1 - p_2)}{2\pi R}, \quad (18)$$

с учетом которого уравнение (17) примет вид:

$$\frac{Q}{2\pi R} = \frac{R^2 \sigma}{8\eta l}. \quad (19)$$

Отсюда получаем, что величина коэффициента поверхностного натяжения будет определяться выражением:

$$\sigma = \frac{4\eta l Q}{\pi R^3}, \quad (20)$$

которое и представляет собой связь между коэффициентом поверхностного натяжения и коэффициентом вязкости жидкости.

Из уравнения (20) следует, что

$$\eta = \frac{\pi R^3 \sigma}{4 l Q}. \quad (21)$$

Таким образом, используя радиус R капилляра, его длину l и один из параметров σ или η с использованием вискозиметра Оствальда по уравнениям (20) и (21) можно определять η и σ.

Поскольку коэффициент поверхностного натяжения жидкости в достаточно широком температурном интервале определяется уравнением Этвеши [5]:

$$\sigma = C_0 (T_k - T), \quad (22)$$

где C_0 – размерная константа, зависящая от природы жидкости, $T_к$ – критическая температура, T – температура жидкости, то температурная зависимость коэффициента вязкости жидкости должна быть представлена в следующем виде:

$$\eta = \frac{\pi R^3 C_0 l (T_k - T)}{4 l Q}. \quad (23)$$

Из уравнения (23) следует, что при температуре $T = T_k$ вязкость жидкости $\eta = 0$.

Литература

1. Перегудов В.В. Тепловые процессы и установки технологии. – М.: Высшая школа, 1973. – 195 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 1. М, 1970. – 512 с.
3. Фрайфелдер Д. Физическая химия. – М.: Мир, 1980. – 582 с.
4. Александров Н.В., Яшкин А.Я. Курс общей физики. Механика. – М.: Просвещение, 1978. – 416 с.